

L'ENTROPIE D'UNE ACQUISITION SCINTIGRAPHIQUE: UNE MÉTHODE D'ETUDE DES COLLIMATEURS DES CAMÉRAS À SCINTILLATION

I. Elloumi , M. Mnif¹, J. Dammak²

Laboratoire d'Imagerie Médicale,

¹ Département de Physique,

² Département de Mathématiques et d'Informatique

Faculté des Sciences de Sfax , B.P : 802, 3018 Sfax, Tunisia

imed.elloumi@voila.fr

(Received 29 February 2000 Accepted 7 February 2002)

RESUME

On présente une méthode de calcul de la fonction entropie d'une acquisition scintigraphique qui tient compte de l'effet multiplex, de l'incertitude spatiale et du bruit de comptage. Cette nouvelle approche a permis de simuler l'influence des paramètres du collimateur sur la qualité de l'acquisition.

L'expression analytique de l'entropie, en fonction du diamètre et de la profondeur des trous d'un collimateur à trous parallèles, est déduite numériquement.

Les lois de comportement de l'entropie en fonction du diamètre et de la profondeur d'un trou du collimateur sont en accord avec les prévisions expérimentales.

L'application de cette méthode à l'étude comparée de trois types de gamma-caméras justifie l'utilisation de l'approche entropique. En effet l'entropie fournit plus de renseignement sur la qualité de l'acquisition que la résolution du collimateur ou la sensibilité qui évoluent en sens inverse.

Mots clés : scintigraphie, gamma caméra, collimateur, entropie, effet multiplex

ABSTRACT

A computer simulation of collimator influence on acquisition quality using an approach involving entropy calculations on scintigraphic acquisition is presented. The multiplex effect, the spatial uncertainty and the uncertainty over the number of counts have been taken into account.

The expression of entropy in gamma imaging as a function of the collimator hole diameter and the collimator hole depth is derived numerically. The entropy behaviour laws obtained with this method are in agreement with experimental results.

The study of three gamma-camera types justifies the use of the entropic approach. Indeed, the entropy gives more information on quality acquisition in comparison with collimator resolution or sensitivity which evolve in the opposite sense.

Keywords : scintigraphy, gamma camera, collimator, entropy, multiplex effect

Nomenclature

p: profondeur des trous du collimateur

d: diamètre des trous du collimateur

t: épaisseur septa

D: profondeur de l'objet

v: largeur du voxel

n: densité de photons émis par l'objet

R_i : résolution intrinsèque

ρ : sensibilité ou rendement de détection; $\rho = 0.0576 \frac{d^4}{p^2 (d+t)^2}$ (Sorenson 1987)

R_c : résolution du collimateur

N: nombre de photons émis

N_m : nombre de photons mesurés ou détectés; $N_m = \rho N$

m: volume multiplex exprimé en voxel

P(m): probabilité d'avoir un volume multiplex égale à m

m_{min} : volume multiplex minimum

m_{max} : volume multiplex maximum

Δm : incertitude sur le volume multiplex; $\Delta m = m_{max} - m_{min}$

ΔN : incertitude sur le nombre de photons émis; $\Delta N = n \cdot \Delta m$

E: fonction entropie associée à une acquisition

E_s : entropie simulée

e: entropie simulée par voxel; $e = E_s / \Delta m$

E_c : entropie calculée

INTRODUCTION

L'estimation du bruit, ou du manque de l'information, à partir de la fonction entropie (E) a été introduit pour étudier les systèmes de l'information (Agu and Yamada, 1998; Auvray, 1980). Son utilisation en imagerie gamma est apparue avec les travaux de Jeanguillaume *et al.* (1994, 1996) et de Shao *et al.* (1989).

Une image numérisée est une matrice à deux dimensions. Chaque élément de la matrice représente un pixel. Classiquement le rapport signal sur bruit associé à chaque pixel est le rapport d'une estimation de chaque valeur du pixel sur l'écart type de cette valeur. Cette façon de faire est loin d'être idéale, lorsque l'on s'intéresse à des images à faible taux d'occupation : c'est le cas de la scintigraphie. En effet sur de telle image la plupart des pixels

auront un rapport signal sur bruit nul, quelque soit l'écart type associé à ces mesures alors qu'un pixel d'intensité nul, possède une information importante au sein de l'image qui le contient. Une des idées maîtresses de la théorie de l'information est de considérer la connaissance comme un ensemble d'états connus ou inconnus mais dénombrables. Ainsi, le nombre d'états possibles mesure alors le bruit et le nombre d'états impossibles augmentera avec la quantité d'information connue.

Après avoir établi l'expression de l'entropie en imagerie d'émission gamma, l'intérêt se concentre à l'étude de la variation de la fonction E en fonction du diamètre des trous d puis en fonction de la profondeur des trous p d'un collimateur à trous parallèles. En suite, l'expression de l'entropie en fonction de p et d : $E=E(d,p)$ sera établie. Puis cette approche sera appliquée pour étudier trois gamma-caméras menues chacune d'un collimateur usage général ou haute résolution. Enfin, les résultats obtenus seront discutés, en les comparant avec les prévisions expérimentales, ainsi que les méthodes classiques d'évaluation des performances des collimateurs afin de prouver la validité et l'intérêt de cette approche.

METHODE

L'entropie E associée à un système qui peut occuper l états possibles $|i\rangle$ de probabilités p_i est donnée par la relation:

$$E = \sum_{i=1}^l p_i \ln\left(\frac{1}{p_i}\right) \quad (1)$$

L'entropie associée à une acquisition scintigraphique fait intervenir trois effets qui vont contribuer au bruit finale: l'effet multiplex, l'incertitude spatiale et le bruit de comptage. Ces trois effets vont être régis par quelques paramètres importants: la résolution intrinsèque du détecteur R_i , le rendement de détection ρ et la géométrie du collimateur.

a- Effet multiplex

La Figure 1-a illustre ce que nous appellerons volume multiplex. Le nombre m de voxels dans ce volume et le nombre de photons N émis par ce volume donneront une multiplicité de configurations possibles. Une acquisition connue parfaitement sera définie par un seul arrangement des N photons dans les m voxels. Le nombre total de configurations possibles de placer N photons dans m cases est $N_t = C_{N+m-1}^N$. Cet ensemble, correspond à une entropie E égale à $\ln(C_{N+m-1}^N)$ en donnant à chaque état la même probabilité $1/N_t$.

b- Incertitude spatiale

L'incertitude spatiale est liée à l'incertitude sur la délimitation du volume multiplex liée à l'effet lumière / pénombre. La pénétration septale des rayons gamma sera considérée comme peu contributive puisqu'on s'intéresse à des isotopes de moyenne énergie. La Figure

1-b montre comment un trou du collimateur divise le volume multiplex en deux volumes extrêmes: volume de lumière et volume de pénombre. Les bornes d'intégration m_{\min} et m_{\max} représenteront alors ces volumes de lumière et de pénombre. En tenant compte de l'effet multiplex et de l'incertitude spatiale, nous aboutissons à une formule de type:

$$E = \sum_{m_{\min}}^{m_{\max}} P(m) \ln \left(\frac{C_{N+m-1}^N}{P(m)} \right) \quad (2)$$

En adoptant l'équiprobabilité des volumes multiplex, la loi de probabilité $P(m)$ sera égale à $1/(m_{\max}-m_{\min})$.

Figure 1. Acquisition scintigraphique.
1-a. Mise en évidence du volume multiplex
1-b. Paramètres d'acquisition

c- Bruit de comptage

L'incertitude sur le nombre de photons mesurés, dépend du rendement de comptage ρ qui est lié à la géométrie du collimateur: $N_m = \rho N$. L'émission radioactive est décrite par un processus aléatoire de type Poisson.

En tenant compte des trois effets, l'expression de l'entropie d'une acquisition scintigraphique sera donnée par:

$$E(p, d, R_i, D, n, v) = \sum_{m_{\min}}^{m_{\max}} \sum_0^{\infty} \text{Pois}(N_m) P(m) \ln\left(\frac{C_{N+m-1}^N}{P(m) \text{Pois}(N_m)}\right) \tag{3}$$

où $\text{Pois}(N_m)$ est la loi de Poisson.

La méthode de simulation de l'entropie d'une acquisition scintigraphique dans le cas d'un collimateur à trous parallèles est donnée en annexe. Un logiciel en langage Maple a été développé qui permet le calcul des différentes grandeurs ($\rho, \Delta N, \Delta m, E, \dots$) pour différentes valeurs de p et d.

Dans le cadre de cette étude, les seuls paramètres variables sont p (profondeur) et d (diamètre), les autres sont fixées comme suit: $t=0,2\text{mm}$; $D=200\text{mm}$; $v=5\text{mm}$ et $n=15\text{photons/mm}^3$. Ces valeurs sont couramment rencontrées en pratique médicale. De plus, la variation de ces paramètres influence peu le résultat final puisque notre but essentiel est d'étudier l'effet de la collimation.

RESULTATS

Variation de E en fonction de p

Les valeurs de E ont été simulées pour différentes valeurs de p. Le diamètre est fixée à $d=2\text{mm}$. La Figure 2 montre que la fonction $E_s(p)$ est une fonction hyperbolique. La Figure 3 montre que la variation de $\ln(E_s)$ en fonction $\ln(p)$ est linéaire. On en déduit que la fonction $E_s(p)$ est de la forme:

$$E_s(p) = \frac{k}{p^{4/3}} \tag{4}$$

où k est, a priori, fonction des autres paramètres : $k=k(d, R_i, D, n, v)$.

Le Tableau 1 donne les résultats de simulation pour les autres grandeurs ($\rho, \Delta m, \Delta N, e$)

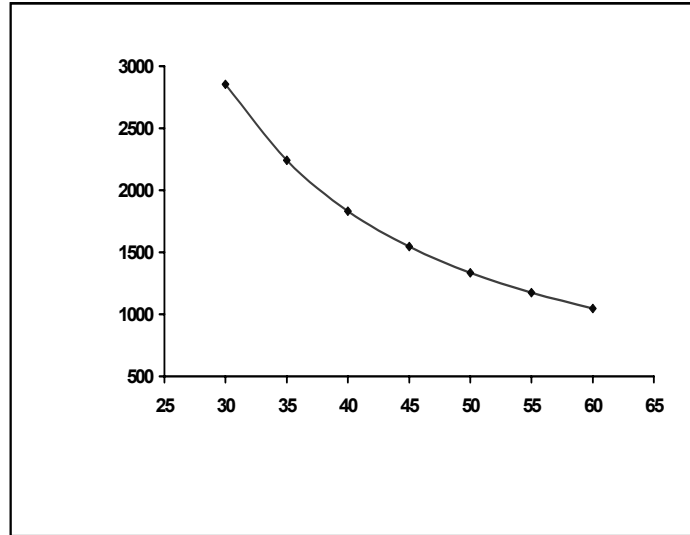


Figure 2. Variation de l'entropie avec l'épaisseur du collimateur.

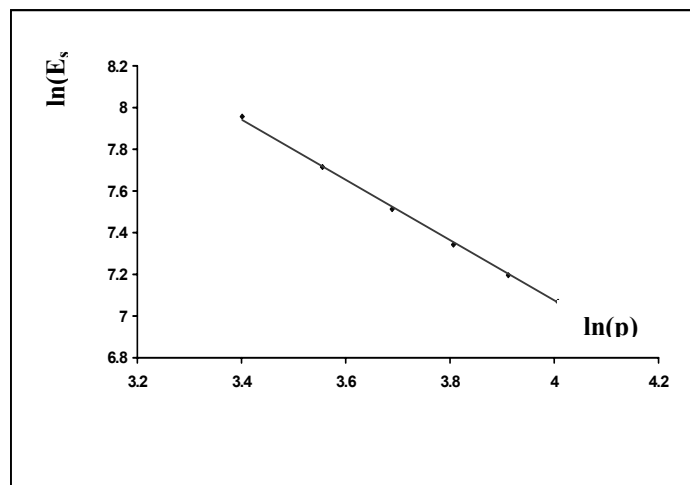


Figure 3. Variation de $\ln(E)$ en fonction de $\ln(p)$.

TABLEAU 1

Valeurs du Rendement de Détection ρ , de l'Incertitude Spatiale Δm , de l'Incertitude de Comptage ΔN et de l'Entropie par Voxel e pour Différentes Valeurs de la Profondeur p

$p(\text{mm})$	30	35	37	40	42	45	47	50	53	55	57	60	62	65	67
$\rho \times 10^4$	2.48	1.83	1.63	1.40	1.27	1.10	1.01	0.89	0.80	0.74	0.69	0.62	0.58	0.53	0.50
Δm	916	705	642	564	521	466	434	393	359	339	320	296	282	262	251
$\Delta N \times 10^{-5}$	17.175	13.219	12.038	10.575	9.769	8.738	8.140	7.369	6.731	6.356	6.000	5.550	5.288	4.910	4.710
e	3.11	3.18	3.20	3.25	3.27	3.31	3.34	3.40	3.44	3.46	3.51	3.54	3.59	3.63	3.65

TABLEAU 2

Valeurs du Rendement de Détection ρ , de l'Incertitude Spatiale Δm , de l'Incertitude de Comptage ΔN et de l'Entropie par Voxel e pour Différentes Valeurs du Diamètre d

$d(\text{mm})$	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4
$\rho \times 10^4$	0.55	0.63	0.71	0.80	0.89	0.99	1.10	1.21	1.32	1.45	1.58	1.71	1.85	1.99	-	2.29	2.45	2.62	2.79
Δm	248	281	317	354	393	435	478	524	571	620	672	725	781	838	-	585	597	607	618
$\Delta N \times 10^{-5}$	4.65	5.27	5.94	6.64	7.37	8.16	8.96	9.82	10.70	11.60	12.60	13.60	14.60	15.70	-	10.97	11.19	11.38	11.59
e	3.64	3.57	3.51	3.45	3.40	3.35	3.30	3.27	3.24	3.22	3.20	3.18	3.16	3.14	-	4.36	4.40	4.46	4.52

Variation de E en fonction de d

La valeur de l'entropie E a été simulée pour différentes valeurs de d. L'épaisseur du collimateur est fixé à $p=50\text{mm}$. La Figure 4 montre que la fonction $E_s(d)$ est une fonction parabolique. La Figure 5, qui décrit la variation de E_s en fonction du carré du diamètre, nous permet d'écrire la fonction $E_s(d)$ sous la forme:

$$E_s(d) = \alpha d^2 + \beta \quad (5)$$

où α et β sont, à priori, deux fonctions des autres paramètres : $\alpha = \alpha(p, R_i, D, n, v)$ et $\beta = \beta(p, R_i, D, n, v)$.

Les discontinuités dans les courbes 4 et 5 au point $d=R_i=3\text{mm}$ seront discutées plus loin.

Le Tableau 2 donne les résultats de simulation pour les autres grandeurs (ρ , Δm , $\Delta N, e$)

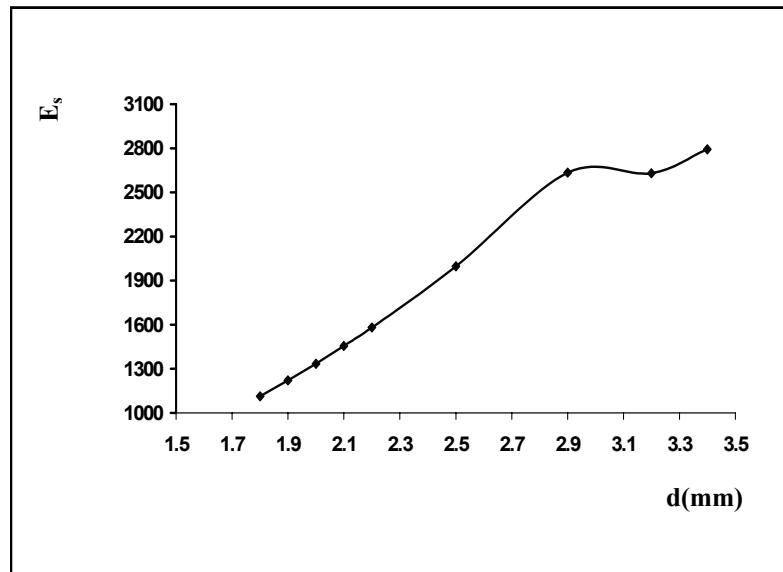


Figure 4. Variation de l'entropie avec le diamètre des trous du collimateur.

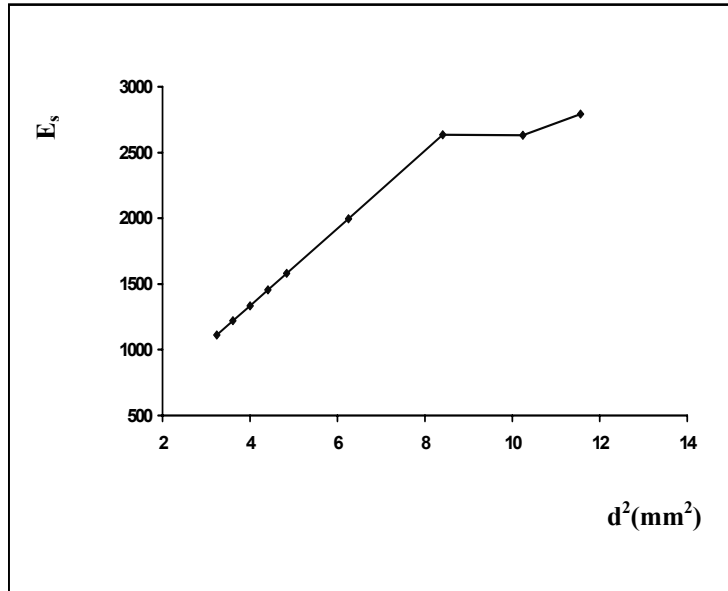


Figure 5. Variation de l'entropie avec le carré du diamètre des trous du collimateur.

L'expression de l'entropie $E = E(d,p)$

A partir des relations (4) et (5) on peut proposer pour l'entropie E une fonction de p et d de type:

$$E_c(d,p) = \frac{ad^2+b}{p^{4/3}} \tag{6}$$

Le choix de la forme de $E_c(d,p)$ est justifié par :

si on fixe d on retrouvera la relation (4),

si on fixe p on retrouvera la relation (5).

Un ajustement par moindre carré nous a permis de calculer les constantes a et b: $a=55105,57$; $b=29400,46$. Le Tableau 3 donne les valeurs de l'entropie simulées par (3) et celles calculées à partir de (6) pour différentes valeurs de p et d.

TABLEAU 3

Valeurs de l'Entropie Simulée (E_s) par la Relation (3) et de l'Entropie Calculée (E_c) par la Relation (6) pour Différentes Valeurs de p et d

p (mm)	35	37	42	45	47	50	53	55	57	62	65	67
d(mm)	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
E_s	2241.68	2057.18	1706.33	1544.81	1452.75	1334.26	1236.92	1174.40	1123.95	1012.86	949.91	915.78
E_c	2182.10	2026.26	1711.19	1560.80	1472.88	1356.25	1254.87	1194.40	1138.85	1018.06	955.90	918.04

p (mm)	50	50	50	50	50	50
d(mm)	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1
E_s	903.18	1003.19	1112.57	1221.32	1334.26	1455.93
E_c	925.46	1024.18	1128.88	1239.57	1356.25	1478.90

p (mm)	50	50	50	50	50	50	50	50
d(mm)	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9
E_s	1580.76	1715.55	1853.05	1996.76	2150.11	2305.62	2469.28	2634.55
E_c	1607.54	1742.16	1882.76	2029.35	2181.92	2340.48	2505.01	2675.53

TABLEAU 4

Etude Comparée de Trois Gamma Caméras par la Méthode de l'Entropie (G.E. : General Electric, B.E. : Basse énergie, H.R. : Haute résolution, M.E. : Moyenne énergie, U.G. : Usage général, p : profondeur, d : diamètre, t : épaisseur septa, Ri : résolution intrinsèque, ρ : rendement de détection, Δm : incertitude spatiale, ΔN : incertitude de comptage, E_s : entropie simulée, E_c : entropie calculée, e : entropie par voxel)

Marque	Picker B.E. , H.R.	G.E B.E. , H.R.	SIEMENS B.E. , H.R.	Picker M.E. , U.G.	G.E M.E. , U.G.	SIEMENS M.E. , U.G.
p (mm)	27.0	40.0	23.6	58.4	42.0	40.6
d (mm)	1.40	1.90	1.13	3.40	3.40	3.00
t (mm)	0.18	0.30	0.16	0.86	1.40	1.14
R _i (mm)	3.8	3.8	4.6	3.8	3.8	4.6
$\rho \times 10^4$	1.43	1.13	1.19	1.46	2.22	1.94
Δm	526	501	1201	905	1518	1237
$\Delta N \times 10^{-5}$	9.86	9.40	22.52	16.97	28.46	23.19
E_s	1756.33	1696.43	3851.74	2896.84	4585.05	3917.74
E_c	1696.38	1696.11	1473.76	2941.24	4564.75	3764.85
e	3.40	3.39	3.21	3.20	3.02	3.17

Application à l'étude des collimateurs

Le Tableau 4 donne les résultats de simulation et de calculs des entropies associées aux trois gamma caméras menu chacune de deux types de collimateur : basse énergie / haute résolution et moyenne énergie / usage général. Pour chaque collimateur, on détermine les valeurs du rendement de détection, de l'incertitude spatiale, de l'incertitude sur le nombre des photons émis, de l'entropie simulée et celle calculée.

DISCUSSIONS

Avant de commencer la discussion des résultats, il est nécessaire de préciser que les effets de la diffusion, de l'absorption / atténuation, de la pénétration septale et de l'énergie des photons ne sont pas pris en compte dans le cadre de cette étude. En effet, notre but essentiel est l'étude comparative de l'influence du collimateur sur la qualité de l'acquisition.

La relation (4) montre que l'entropie décroît avec la profondeur des trous du collimateur. Par conséquent, le bruit ou le manque d'information diminue. En effet, expérimentalement on a une meilleure information sur le volume émetteur quand on a une amélioration de la résolution spatiale (la résolution du collimateur décroît avec son épaisseur : $R_c = d(1+b/p)$ où b est la distance source / collimateur) malgré une diminution de la sensibilité

$$(\rho = 0.0576 \frac{d^4}{p^2(d+t)^2}).$$

Le Tableau 1 montre que l'entropie par voxel e varie peu avec la profondeur. Donc, c'est l'augmentation de l'incertitude sur le volume multiplex, Δm , qui est à l'origine de l'augmentation de E . En effet une bonne acquisition (E faible) nécessite une faible valeur de Δm .

La variation de l'entropie donnée par la relation (5) est en accord avec les prévisions expérimentales. En effet, quand on augmente le diamètre des trous du collimateur la résolution spatiale se détériore et le bruit associé à la mesure devient plus important. De plus, la variation de l'entropie en d^2 est physiquement acceptable. En effet, le terme d^2 , qui est proportionnel à l'aire d'un trou, est présent dans les expressions de la sensibilité et du carré de la résolution du collimateur. Les discontinuités dans les Figures 4 et 5 au point $d=3\text{mm}$, qui correspond à la valeur de la résolution intrinsèque, sont dus à la discontinuité de la fonction V_{\max} au point $d=R_i$ (voir annexe, relation A1).

Les variations de E et de ρ en fonction de p et d sont semblables. Ceci confirme bien le compromis entre la résolution spatiale et la sensibilité c'est à dire si on améliore la résolution spatiale on détériore la sensibilité et inversement.

Le Tableau 3 montre que les valeurs de l'entropie simulées par la relation (3) sont en accord avec celles calculées par la relation (6) pour différentes valeurs de p et d . L'erreur

relative, définie par $\frac{\Delta E}{E} = \frac{|E_s - E_c|}{E_s}$, est inférieur à 3%. Par conséquent, la relation (3)

donne une bonne approximation de l'entropie d'une acquisition scintigraphique.

Le Tableau 4 donne les valeurs simulées de E_s , pour trois marques de gamma-caméras: Picker, Général Electric (G.E) et Siemens. On vérifie que l'entropie est plus faible à haute résolution sauf dans le cas de Siemens (haute résolution) où l'entropie est élevée. En effet, la résolution intrinsèque est assez mauvaise ($R_i = 4,6$ mm et $d < R_i/4$). Par conséquent, cette caméra est mal adaptée pour des acquisitions à haute résolution. Les valeurs E_c de l'entropie calculées à partir de la relation (6) sont en accord avec celles simulées à partir de la relation (3) ($\frac{\Delta E}{E} \leq 4\%$) sauf dans le cas de Siemens (haute résolution) où la relation (6) n'est plus valable.

L'avantage de l'entropie, par rapport aux méthodes classiques d'étude de bruit (Gore, 1978 ; Huesman, 1977 ; Shepp and Logan, 1974 ; Wagner, 1985 ; Workman and Cowen, 1993), est sa capacité à estimer le bruit au moment de l'acquisition et sans tenir compte du modalité de traitement. Ces dernières méthodes sont, soit simples mettant en jeu peu de facteurs et beaucoup d'approximations, soit complexes qui perdront en souplesse d'utilisation et en polyvalence (Wagner, 1985 ; Workman and Cowen, 1993). De plus, ces méthodes ne permettent pas l'étude du collimateur, cause principale de la limitation de la résolution et de la sensibilité en imagerie gamma.

Les études de l'influence du collimateur entreprises par d'autres équipes (Formiconi, 1998 ; Frey, 1998 ; Gantet *et al.*, 1990 a; 1990 b; Gantet *et al.*, 1997 ; Gilland *et al.*, 1996 ; Kiimial *et al.*, 1997 ; Smith and Jaszczak, 1997 ; Yanch *et al.*, 1992) sont basées sur l'estimation de la fonction réponse impulsionnelle du collimateur qui ne permet d'étudier que la résolution du collimateur, alors que l'approche entropique fournit un outil simple pour étudier le 'manque d'information' généré par le collimateur en fonction de tous les paramètres d'acquisition (p, d, t, D, v, n, R_i). De plus elle tient compte de l'effet multiplex qui n'est pas pris en considération dans les travaux cités en références.

CONCLUSIONS

L'entropie d'une acquisition scintigraphique, qui tient compte de trois effets statistiques, permet de relier tous les paramètres d'acquisition: p, d, t, D, R_i, v et n . La minimisation de l'entropie permettra de les optimiser dans le but d'améliorer la qualité de l'acquisition.

La simulation numérique de l'entropie fournit une fonction simple des caractéristiques du collimateur: profondeur et diamètre des trous. Un très bon accord est observé entre les valeurs simulées et les valeurs calculées.

La loi de variation de l'entropie explique correctement les résultats obtenus par des approches expérimentales. L'entropie associée à une acquisition fournit un outil simple pour comparer différents types de collimateurs et de gamma caméras.

Le prolongement de cette étude à d'autres types de collimateurs (convergent, divergent et à fente parallèles) est possible. La prise en compte des effets de diffusion, d'absorption – atténuation et de l'énergie des photons permettra une étude plus réaliste de la collimation.

REFERENCES

- Agu, M., Yamada, M. 1998. Short-time information entropy as a complexity measure. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 37: 1415-1417.
- Auvray, J. 1980. *Electronique des signaux échantillonnés et numériques. Théorie de l'information*. Ed. Dunod – Paris: 171-196.
- Formiconi, A.R. 1998. Geometrical response of multi-hole collimators. *Phys. Med. Biol.*, 43(11): 3359-3379.
- Frey, E. C., Tsui, B.M.W., Gullberg, G.T. 1998. Improved estimation of the detector response function for converging beam collimators. *Phys. Med. Biol.*, 43 (4): 941-950.
- Gantet, P., Danet, B., Esquerré, J.P., Guiraud, R. 1990 a. Collimator calculation for a single slice SPECT system. *Phys. Med. Biol.*, 35(1): 21-32.
- Gantet, P., Esquerré, J.P., Danet, B., Guiraud, R. 1990 b. A simulation method for studying scintillation camera collimators. *Phys. Med. Biol.*, 35 (5): 659-669.
- Gantet, P., De Lagrevol, R., Danet, B., De La Barre, F., Guiraud, R. 1997. Simulation study of the influence of collimators defects on the uniformity of scintigraphic images. *Phys. Med. Biol.*, 42 (3): 603-609.
- Gilland, D.R., Johnson, E.L., Turkington, T.G., Coleman, R.E., Jaszczak, R.J. 1996. Evaluation of a pinhole collimator for I-131 SPECT head imaging. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 43 (4): 2230-2238.
- Gore, J.C. 1978. Statistical limitations in computed tomography. *Phys. Med. Biol.*, 23 (6): 1176-1182.
- Huesman, R.H. 1977. The effect of a finite number of projection angles and a finite lateral sampling of projection on the statistical errors in traverse section reconstruction. *Phys. Med. Biol.*, 22 (3): 511-521.
- Jeanguillaume, C., Elloumi, I., Quartuccio, M., Ballongue, P. 1994. New evaluation of the performance of SPECT and either multiplex methods: application to computed assisted collimation gamma-camera. 6th World Congress of Federation of Nuclear Medicine and Biology. 23-28 October, Sydney. *Eur. J. Nucl. Med.*, 21(10): S9.
- Jeanguillaume, C., Quartuccio, M., Bégot, S., Ballongue, P. 1996. Gamma caméra à collimation assistée par ordinateur (CACAO). Deuxième partie : une nouvelle approche dans l'étude des performances en tomographie d'émission. *RBM*, 18 (7) : 207-215
- Kiimiae, S., Ljungberg, M., Larson, S.A. 1997. Evaluation of optimally designed planar-concave collimators in SPECT. *Eur. J. Nucl. Med.*, 24 (11): 1398-1404.

- Shao, L., Hero, A.O., Rogers, W.L., Clinthorne, N.H. 1989. The Mutual Information Criterion for SPECT Aperture Evaluation and Design. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 8(4): 322-336.
- Shepp, L.A., Logan, B.F. 1974. The fourier reconstruction of a head section. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, NS-21: 21-43.
- Smith, M.F., Jaszczak, R.J. 1997. The effect of gamma ray penetration on angle dependent sensitivity for pinhole collimation in nuclear medicine. *Med. Phys.*, 24(11): 1701-1709.
- Wagner, R.F. 1985. Unified SNR analysis of medical imaging systems. *Phys. Med. Biol.*, 30 (6): 489-518.
- Workman, A., Cowen, A.R. 1993. Signal, noise and SNR transfer properties of computed radiography. *Phys. Med. Biol.*, 38: 1789-1808.
- Yanch, J.C., Dobrzeniercki, A.B., Ramanathan, C., Berhrman, R. 1992. Physically realistic Monte Carlo simulation of source, collimator and tomographic data acquisition for emission computed tomography. *Phys. Med. Biol.*, 37 (4): 853-870.

**ANNEXE: METHODE DE SIMULATION DE L'ENTROPIE D'UNE ACQUISITION
SCINTIGRAPHIQUE**

1. Calcul de m_{\min} et m_{\max}

On distingue trois cas :

a/ $R_i \leq d$

$$\text{On pose: } d' = d \left(1 + \frac{D}{p}\right) \quad \text{et} \quad d'' = d' + 2R_i \frac{D}{p}$$

b/ $d < R_i \leq 3d$

$$\text{On pose } d'' = 3d \left(1 + \frac{D}{p}\right) \quad \text{et} \quad V_{\min} = \frac{\pi}{4} R_i^2 D.$$

c/ $3d < R_i$

$$\text{On pose : } d'' = 5d \left(1 + \frac{D}{p}\right)$$

En appelant V_{\min} et V_{\max} les volumes minimal et maximum on a:

$$V_{\min} = \frac{\pi D}{12} (d^2 + dd' + d'^2) \quad \text{et} \quad V_{\max} = \frac{\pi D}{12} (d^2 + dd'' + d''^2) \quad (A1)$$

A partir des expressions de V_{\min} et V_{\max} , on en déduit les expressions de m_{\min} et m_{\max} :

$$m_{\min} = P.E \left(\frac{V_{\min}}{V^3} \right) \quad ; \quad m_{\max} = P.E \left(\frac{V_{\max}}{V^3} \right) + 1 \quad (A2)$$

où P.E désigne la fonction partie entière.

La fonction probabilité $P(m)$ sera donnée par :

$$P(m) = \frac{1}{m_{\max} - m_{\min}} \quad (A3)$$

2. Calcul du nombre de photons collectés

Si \bar{N}_c désigne la valeur moyenne du nombre de photons collectés N_c à partir de m voxels, on aura alors :

$$\bar{N}_c = P.E (\rho.n . v^3.m) \quad (A4)$$

Les valeurs limites de N_c sont :

$$N_{c\min} = P.E (\bar{N}_c - \sqrt{\bar{N}_c}) \quad N_{c\max} = P.E (\bar{N}_c + \sqrt{\bar{N}_c}) + 1 \quad (A5)$$

3. Calcul de l'entropie

Pour chaque valeur de m comprise entre m_{\min} et m_{\max} et pour chaque valeur de N_c comprise entre $N_{c\min}$ et $N_{c\max}$, on effectue les opérations suivantes:

$$E(N_c, m) = \ln \left(\frac{C_{N+m-1}^N}{P(m) \text{Pois}(N_c)} \right) \quad (A6)$$

avec:

$$N = PE \left(\frac{N_c}{\rho} \right) \quad \text{et} \quad \text{Pois}(N_c) = \exp(-\bar{N}_c) \frac{\bar{N}_c^{N_c}}{N_c!} \quad (A7)$$

En faisant une première sommation sur les valeurs de N_c on obtient :

$$E(m) = \sum_{N_{c\min}}^{N_{c\max}} \text{Pois}(N_c) E(N_c, m) \quad (A8)$$

Une deuxième sommation sur les valeurs de m nous donne la valeur de l'entropie:

$$E = \sum_{m_{\min}}^{m_{\max}} P(m) E(m) \quad (A9)$$

